IV заочный тур. 8-9 классы.

1. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратиков 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик. (3)

2. Можно ли целые числа от 1 до 200 расставить в некотором порядке так, чтобы сумма любых 10-ти подряд делилась на 10?(2)

3. Число $\underbrace{11\ldots1}_{n}2\underbrace{1\ldots11}_{n}$ делится на 11. Докажите, что оно делится на 121.(3)

4. Пусть $ABCD$ – равнобедренная трапеция с основаниями AD и BC. На продолжении прямой DA за точку A отложили отрезок AE такой, что $AE = BC$. В каком отношении биссектриса $\angle DBE$ делит отрезок DE?(1)

5. В равнобедренной трапеции со взаимно перпендикулярными диагоналями основания равны 3 и 5. Чему равна высота трапеции?(1)

6. На шахматной доске стоит несколько ладей, причем каждая бьет ровно k других ладей. Укажите все k, при которых это возможно.(3)

7. Можно ли разбить числа от 1 до 100 на три группы таким образом, чтобы в первой группе сумма чисел делилась на 102, во второй группе – на 203, а в третьей группе – на 304? (4)

8. Постройте $\triangle ABC$, если даны точки A и B и прямая, на которой лежит биссектриса угла C.(2)

9. Миша и Боря записали в тетрадях одно и тоже натуральное число. Учитель предложил Мише, вычеркнув несколько цифр, получить наименьшее девятизначное число, а Боре предложил получить таким же способом наибольшее девятизначное число. У Миши получилось число 123456789, а у Бори – 987654321. Докажите, что, по крайней мере, один из них решил предложенную учителем задачу не правильно.(2)

10. Решите уравнение в натуральных числах n, k : $n! = k^2 + 2$. (2)

IV заочный тур. 8-9 классы.

1. Из листа клетчатой бумаги размером 29×29 клеточек вырезали 99 квадратиков 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать ещё хотя бы один такой же квадратик. (3)

2. Можно ли целые числа от 1 до 200 расставить в некотором порядке так, чтобы сумма любых 10-ти подряд делилась на 10?(2)

3. Число $\underbrace{11\ldots1}_{n}2\underbrace{1\ldots11}_{n}$ делится на 11. Докажите, что оно делится на 121.(3)

4. Пусть $ABCD$ – равнобедренная трапеция с основаниями AD и BC. На продолжении прямой DA за точку A отложили отрезок AE такой, что $AE = BC$. В каком отношении биссектриса $\angle DBE$ делит отрезок DE?(1)

5. В равнобедренной трапеции со взаимно перпендикулярными диагоналями основания равны 3 и 5. Чему равна высота трапеции?(1)

6. На шахматной доске стоит несколько ладей, причем каждая бьет ровно k других ладей. Укажите все k, при которых это возможно.(3)

7. Можно ли разбить числа от 1 до 100 на три группы таким образом, чтобы в первой группе сумма чисел делилась на 102, во второй группе – на 203, а в третьей группе – на 304? (4)

8. Постройте $\triangle ABC$, если даны точки A и B и прямая, на которой лежит биссектриса угла C.(2)

9. Миша и Боря записали в тетрадях одно и тоже натуральное число. Учитель предложил Мише, вычеркнув несколько цифр, получить наименьшее девятизначное число, а Боре предложил получить таким же способом наибольшее девятизначное число. У Миши получилось число 123456789, а у Бори – 987654321. Докажите, что, по крайней мере, один из них решил предложенную учителем задачу не правильно.(2)

10. Решите уравнение в натуральных числах n, k : $n! = k^2 + 2$. (2)